

PHÁT TRIỂN PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN CHÍNH XÁC TỔN THẤT BỔ SUNG BỞI HÌNH DẠNG KHÔNG HÌNH SIN CỦA TỪ THÔNG TRONG CUỘN DÂY STATOR CỦA ĐỘNG CƠ ĐIỆN

Nguyễn Tiến Dũng^{1*}, Agylov V. V.², Nguyễn Sỹ Hồng Đức³, Kinchenko V. E.²

¹Trường Đại học Lương Thế Vinh, Số 9 Đường Cầu Đông, Phường Nam Định, tỉnh Ninh Bình, Việt Nam

²Đại học kỹ thuật Quốc gia Moskva Bauman, số 5/1 đường Baumanskaya số 2, Moskva 105005, Liên bang Nga

³Đại học Bách khoa Hà Nội, số 1 Đại Cồ Việt, Phường Bạch Mai, thành phố Hà Nội, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: nguyentindung@ltvu.edu.vn

THÔNG TIN BÀI BÁO

Ngày nhận: 19/05/2026

Ngày hoàn thiện: 26/05/2026

Ngày chấp nhận: 04/06/2026

Ngày đăng: 11/06/2026

TỪ KHÓA

Động cơ điện không đồng bộ,

Phương pháp tuyến tính nội
suy từng phần,

Phương pháp phần tử hữu
hạn,

Nguyên lý chồng chất điện
trường,

Sức từ động,

Sức điện động,

Đường cong từ hóa B(H),

Đường cong spline,

Phương pháp lặp Newton-
Raphson.

TÓM TẮT

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu phát triển một phương pháp để tính toán chính xác các tổn thất bổ sung do hình dạng không hình sin của từ thông cuộn dây stator của động cơ điện không đồng bộ. Phương pháp phân tích-số để tính toán các sóng hài không gian-thời gian của từ thông trong cuộn dây stator của động cơ điện không đồng bộ được phát triển theo cách xem xét toàn diện các tác động kết hợp với nhau của tất cả các sóng hài bậc cao, gồm: dòng điện do bộ chuyển đổi bán dẫn gây ra; tính phi tuyến tính của mạch từ do hiện tượng bão hòa từ gây ra; các yếu tố hình học (đặc biệt là giá trị góc vát rãnh). Kiểm chứng mô hình được phát triển dựa trên thí nghiệm thực để xác nhận tính phù hợp và khả năng ứng dụng thực tế của phương pháp được phát triển được trình bày. Ưu điểm của phương pháp trong tính toán tổn thất bổ sung là giảm sai số đến 15% so với các phương pháp truyền thống, chứng minh dựa trên kết quả của thí nghiệm số và so sánh với dữ liệu thu được bằng phương pháp phần tử hữu hạn được trình bày.

DEVELOPING A METHOD FOR ACCURATELY CALCULATING LOSSES ARISING FROM THE NON-SINUSOIDAL SHAPE OF MAG-NETIC FLUX IN THE STATOR WINDINGS OF ASYNCHRONOUS ELECTRIC MOTORS

Tien Dung Nguyen^{1*}, Agylov V. V.², Sy Hong Duc Nguyen³, Kinchenko V. E.²

¹Luong The Vinh University, 9 Cau Dong Street, Nam Dinh Ward, Ninh Binh Province, Viet Nam

²Bauman Moscow State Technical University, 2nd Baumanskaya St., 5/1, Moscow 105005, Russian Federation

³Hanoi University of Science and Technology, No. 1 Dai Co Viet Street, Bach Mai Ward, Hanoi, Vietnam

*Corresponding Author: nguyentindung@ltvu.edu.vn

ARTICLE INFO

Received: May 19, 2026

Revised: May 26, 2026

Accepted: Jun 04, 2026

Published: Jun 11, 2026

KEYWORDS

Asynchronous electric motor,

Linear method of partial
interpolation,

Finite element method,

Principle of superposition of
electric fields,

Magnetomotive force,

Electromotive force,

Magnetization curve B(H),

Spline curve,

Newton-Raphson iterative
method.

ABSTRACT

This paper presents the results of a study developing a method for accurately calculating additional losses due to the non-sinusoidal shape of the stator winding flux of an asynchronous motor. The numerical-analysis method for calculating the spatio-temporal harmonics of the flux in the stator winding of an asynchronous motor is developed by comprehensively considering the combined effects of all higher-order harmonics, including: the current caused by the semiconductor converter; the non-linearity of the magnetic circuit due to magnetic saturation; and geomet-ric factors (especially the slot chamfer value). Verification of the developed model based on practical experiments to confirm the suitability and practical applicability of the developed method is presented. The advantage of the method in calculating additional losses is a reduction in error of up to 15% compared to traditional methods, demonstrated by the results of numerical experiments and comparison with data obtained using the finite element method.

1. Đặt vấn đề

Việc sử dụng rộng rãi các loại biến tần với dải công suất rộng trong các hệ truyền động điện công nghiệp và dân dụng đã đặt ra những thách thức mới cho các nhà thiết kế máy điện động. Trong đó có vấn đề về bảo đảm hiệu suất năng lượng, tương ứng tiêu chuẩn IE3 và IE4 thì phải tính toán chính xác về tổn thất điện từ trong động cơ điện. Tuy nhiên, các phương pháp hiện có thường không quá coi trọng tổn thất điện từ này (được coi là tổn thất bổ sung) và không được tính toán đầy đủ, dẫn đến máy điện động nói chung và động cơ điện nói riêng được thiết kế và chế tạo có nhược điểm: dễ dẫn đến quá nhiệt và giảm độ tin cậy khi nguồn điện năng nuôi động cơ điện được cấp từ các bộ biến tần.

Thiếu sót chính ở đây là không tính đến tác động tổng hợp của nhiều yếu tố gây ra biến dạng từ thông (nguyên nhân chính gây quá nhiệt) trong stator động cơ điện. Các yếu tố đó, gồm: các sóng hài bậc cao của dòng điện xuất hiện từ nguồn điện áp có hình dạng không hình sin; hiện tượng bão hòa từ của mạch từ (lõi sắt từ chế tạo stator); hình dạng rãnh thực tế trên bề mặt trong của stator, các yếu tố này thường bị bỏ qua hoặc được tính đến một cách đơn giản trong các mô hình truyền thống. Điều này dẫn đến việc đánh giá thấp các tổn thất điện từ bổ sung, khi mà với động cơ điện công suất lớn và có hệ thống điều khiển tốc độ bằng các bộ biến tần công suất thì các tổn thất này lại rất quan trọng, đặc biệt ảnh hưởng đáng kể đến hiệu suất và mất cân bằng năng lượng của động cơ điện khi làm việc ở tốc độ cao.

Một đòi hỏi thực tiễn trong thiết kế chế tạo và vận hành các hệ truyền động điện có sử dụng động cơ điện không đồng bộ là phải có một công cụ tính toán chính xác các tổn thất bổ sung do các sóng hài bậc cao gây ra, bài báo này sẽ trình bày kết quả của việc nghiên cứu phát triển một phương pháp tính toán với độ chính xác cao cho tổn thất bổ sung do sự méo hình sin của từ thông cuộn dây stator trong động cơ điện không đồng bộ gây ra.

2. Mục tiêu và phương pháp nghiên cứu

2.1. Mục tiêu:

Phát triển một phương pháp phân tích-số để tính toán với độ chính xác cao cho các sóng hài không gian-thời gian của từ thông.

Phương pháp được phát triển sẽ giúp giảm sai số lên đến 15% trong định lượng tổn thất bổ sung so với các phương pháp truyền thống. Điều này sẽ cho phép đánh giá tin cậy hơn về trạng thái nhiệt và hiệu suất năng lượng của động cơ điện trong hoạt động thực tế.

2.2. Phương pháp nghiên cứu

* Phương pháp phân tích vật lý: phân tích các yếu tố gây ra sự phân bố không hình sin của từ thông stator, gồm: các sóng hài bậc cao; độ lệch khe chứa các vòng dây của các cuộn dây stator; độ bão hòa từ bởi đặc tính đường cong từ hóa của lõi sắt từ chế tạo stator;

* Phương pháp tuyến tính nội suy từng phần: để phát triển một mô hình toán học mạch từ tương đương cho trường từ nghiên cứu có tính đến tính phi tuyến tính của lõi sắt từ và hình dạng thực của stator;

* Phương pháp phân tử hữu hạn: áp dụng cho tất cả các thí nghiệm số và kết hợp kiểm chứng trên bộ thí nghiệm.

3. Nội dung và kết quả nghiên cứu

3.1. Các yếu tố vật lý gây méo hình dạng sin của từ thông

3.1.1. Tổng quan về các nguồn gây méo hình dạng sin của từ thông trong cuộn dây stator

Hình dạng không hình sin của từ thông cuộn dây stator là hậu quả của nhiều yếu tố cùng tác động, theo truyền thống thì các yếu tố này được chia thành ba nhóm chính, gồm: thiết kế; điện từ; vận hành.

* Thuộc về yếu tố thiết kế là hình dạng (độ) răng cưa và hình dạng rãnh của stator, hai yếu tố này gây ra sự dao động của độ dẫn từ trong khe hở không khí (khe hở giữa rotor và stator).

* Thuộc về yếu tố điện từ là tính bão hòa của lõi sắt từ, trong đó, mối quan hệ phi tuyến tính giữa cảm ứng từ và cường độ từ trường gây ra biến dạng đường cong từ thông, và thêm nữa là tính phi tuyến tính của đường đặc tính vol-ampe của lõi sắt từ (yếu tố này gây ra hiện tượng trễ từ và dòng điện xoáy).

* Thuộc về yếu tố vận hành là những thay đổi về tải và điện áp nguồn điện, các yếu tố này cũng gây ra biến dạng hình dạng từ thông, thông qua thay đổi mức bão hòa và điều kiện đảo chiều từ hóa.

Việc xét các đặc tính phi tuyến tính của lõi sắt từ là đặc biệt quan trọng trong phân tích biến dạng của từ thông, có thể sử dụng nhiều phép xấp xỉ khác nhau để xét các đặc tính phi tuyến tính này. Thí dụ, hai phương pháp: đường cong cục bộ; và đặc tuyến từ hóa trung bình, thường được dùng để thiết kế hệ thống điều khiển của máy điện đồng bộ. Hai phương pháp này tương đối đơn giản và có độ chính xác vừa đủ để sử dụng trong thực tế [14, tr. 120]. Vì vậy, việc lựa chọn đúng (một trong hai phương pháp này) phương pháp xấp xỉ hóa là chìa khóa mở ra sự mô tả đầy đủ các quá trình điện từ trong động cơ điện.

Thiết kế cuộn dây stator, đặc biệt đặc tính phân bố và ứng dụng bước xoắn ngắn trong thiết kế là nguyên nhân nội tại gây ra các sóng hài không gian-thời gian bậc cao của sức từ động (MMF). Sức từ động có hình sin lý tưởng chỉ có thể đạt được với chỉ một dây dẫn điện có hình dạng mỏng vô cùng về lý thuyết và đặt trong một cặp rãnh duy nhất, điều này là không tưởng. Thực tế, cuộn dây stator được phân bố trên nhiều rãnh và rút ngắn bước răng để cải thiện đường cong sức từ động (MMF), nhưng kéo theo là tạo ra một phổ các thành phần sóng hài không gian-thời gian nhiều bậc cao chồng chất lên sóng hài cơ bản. Các sóng hài không gian-thời gian này lại quay với tốc độ khác nhau nên sẽ làm biến dạng sự phân bố từ thông trong khe hở không khí, chính quá trình động học biến dạng này lại tạo ra sức điện động mới và kéo theo là dòng điện.

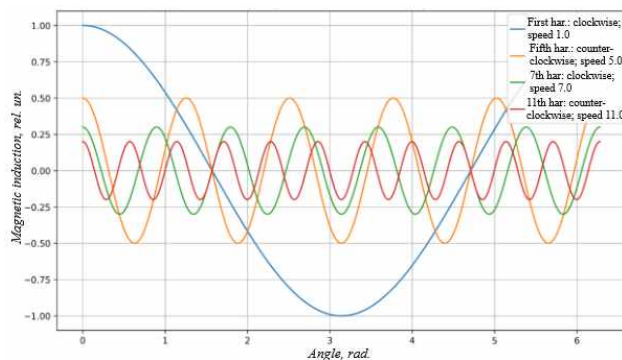
Một nguồn không liên quan đến thiết kế động cơ điện, nhưng gây ra biến dạng từ thông, đó là hình dạng của điện áp nguồn cung cấp cho động cơ điện. Các hệ truyền động điện hiện đại đều có nguồn nuôi động cơ điện là các bộ biến tần sử dụng điều chế độ rộng xung (PWM) trong chúng để tạo ra điện áp hình sin không lý tưởng. Các thành phần tần số cao của điện áp nuôi động cơ điện sẽ tạo ra các dòng điện hài bậc cao tương ứng trong cuộn dây stator, từ đó tạo ra các từ trường xung. Các từ trường xung này sẽ chồng chất lên từ trường chính (hài cơ bản bậc một), qua đó gây ra biến dạng bổ sung trong từ thông và kéo theo là làm tăng tổn thất trong lõi sắt từ và cuộn dây. Vì vậy chất lượng điện áp nguồn cung cấp cho động cơ điện là một yếu tố quan trọng quyết định thành phần hài của từ thông, đúng với cả khi thiết kế động cơ điện lý tưởng.

3.1.2. Ảnh hưởng của sóng hài bậc cao của dòng điện lên phân bố không gian của trường từ

Các sóng hài bậc cao của dòng điện được sinh ra, thí dụ, khi nguồn điện nuôi động cơ điện được tạo ra từ các bộ biến đổi tần số sẽ sinh ra các sóng từ trường bổ sung lan truyền trong khe hở không khí. Các sóng hài này có bậc khác với sóng

hải cơ bản (bậc một) và tần số quay cũng như chiều quay của mỗi sóng sẽ được xác định bởi thứ tự sóng hải dòng điện. Thí dụ, sóng hải bậc năm tạo ra một trường từ có chiều quay ngược chiều quay của sóng hải cơ bản, điều này làm phức tạp thêm đáng kể mô hình của trường từ. Sự chồng chất của các sóng lan truyền bổ sung này lên trường từ cơ bản dẫn đến sự phân bố không gian của cảm ứng từ trở lên phức tạp, không còn là hình sin chuẩn. Tốc độ quay của từ trường của mỗi sóng hải bậc cao lại tỷ lệ thuận với tần số dòng điện và tỷ lệ nghịch với số bậc của nó, do đó các sóng hải bậc cao khác nhau sẽ lan truyền với các tốc độ khác nhau. Điều này dẫn đến dao động của từ thông tổng, và sự dao động này chính là nguồn gây ra tổn thất điện từ bổ sung và các tác động không mong muốn khác ở động cơ điện.

Sự phân bố không gian của cảm ứng từ tương ứng với các sóng hải được trình bày trên **H.1**.



H.1. Phân bố không gian của cảm ứng từ tương ứng với các sóng hải bậc cơ bản; bậc 5; bậc 7; bậc 11

Sự tồn tại của các sóng hải bậc cao của dòng điện dẫn đến trường từ có được trong khe hở không khí sẽ có sự phân bố không gian cực kỳ không đồng đều, đặc biệt gần các rãnh và trên các cạnh của răng sta-tor. Trong các không gian bé nhỏ này, cảm ứng từ có thể tăng hoặc giảm cục bộ, điều này làm biến dạng cấu hình không gian của trường từ. Sự phân bố không gian có tính không đồng đều (trong tài liệu [14, tr.120] đã chứng minh được sự phân bố không gian của cảm ứng từ theo 3 chiều không gian tại một điểm trên mặt cắt từ thông chạy qua với các giá trị khác nhau trên 3 chiều không gian) như vậy sẽ trực tiếp làm xấu đi hình dạng của đường cong sức từ động EMF cảm ứng trong cuộn dây stator, qua đó làm tăng số lượng sóng hải bậc cao trong điện áp và dòng điện.

3.1.3. Vai trò của việc vát rãnh trong stator và ảnh hưởng của nó lên các thành phần sóng hải của từ thông

Việc vát rãnh (rãnh có độ nghiêng nhất định theo chiều sâu của rãnh) trong stator khi chế tạo động cơ điện là một giải pháp kỹ thuật nhằm làm suy giảm các hài không gian bậc cao của từ thông. Sự suy giảm có được này dựa trên việc tạo ra được sự lệch pha liên tục giữa các sức điện động EMF thành phần, chúng được sinh ra trong các dây dẫn của cuộn dây dọc theo trục dọc rotor theo nguyên lý cảm ứng. Sự lệch pha liên tục này (mang tính tự triệt tiêu nhau) dẫn đến kết quả là các sức điện động được sinh ra do sóng hải bậc cao sẽ giảm đi và nhỏ hơn đáng kể so với sức điện động do sóng hải bậc cơ bản tạo ra, tức vát rãnh được coi là giải pháp kỹ thuật tạo ra bộ lọc không gian của trường từ. Như vậy, việc vát rãnh cho khả năng chủ động triệt tiêu các thành phần sóng hải không mong muốn, qua đó cải thiện rõ rệt hình dạng đường cong của từ thông trong khe hở không khí. Hiệu quả của việc vát rãnh như là một bộ lọc sóng hải không gian sẽ

phụ thuộc trực tiếp vào các thông số hình học của động cơ điện, đặc biệt là phụ thuộc lớn vào góc của mặt cắt cục bộ, góc này quyết định dạng hàm phi tuyến tính mô tả đặc tính từ hóa. Tài liệu [14; tr.120] đã dẫn ra kết quả xác nhận các hệ số

$$k_j; k_i$$

là các hàm phi tuyến tính của góc mặt cắt cục bộ với dạng hàm cụ thể được xác định bởi kích thước hình học của động cơ điện cực lõi. Điều này cho thấy rằng, để tính toán đầy đủ ảnh hưởng của rãnh được vát hai bên mép, cần phải xét không chỉ góc vát tiêu chuẩn mà còn phải tính đến mối quan hệ của góc vát với cấu hình của hệ thống từ, điều này đặc biệt quan trọng khi thiết kế động cơ điện có mức độ lõi của cực lõi khác nhau.

Việc tính chọn góc vát tối ưu là một bước quan trọng trong thiết kế, vì nó quyết định đến sự cân bằng giữa việc triệt tiêu sóng hải bậc cao và duy trì đặc tính năng lượng của động cơ điện. Một mặt, góc vát được tính chọn tối ưu sẽ làm giảm tác động của sóng hải có hình dạng răng cưa (vốn là nguồn gốc chính gây ra rung động của máy điện động khi chạy và tổn thất bổ sung). Mặt khác, góc vát quá lớn sẽ làm giảm biên độ của sóng hải cơ bản, điều này tương đương với việc giảm liên kết từ thông hữu ích, cũng như làm tăng liên kết từ thông có tính tản mát, qua đó làm giảm hiệu suất năng lượng của động cơ điện. Ảnh hưởng của hình dạng và kích thước hình học đến các đặc tính từ được minh họa thêm bằng hệ số phân cực nổi bật (là biểu thị sự khác biệt tương đối giữa từ lớn nhất (đọc theo trục q) và từ nhỏ nhất (đọc theo trục d) của các đoạn tuyến tính cục bộ của mạch [14, tr. 120], đồng thời giá trị của hệ số phân cực nổi bật này cũng phản ánh gián tiếp dự hiệu quả của việc ứng dụng góc vát rãnh trong các loại động cơ điện khác nhau.

Ảnh hưởng của góc vát rãnh lên thành phần sóng hải của từ thông được thể hiện ở sự thay đổi đặc tính biên độ-tần số của trường trong khe hở làm việc, điều này rất quan trọng (mang tính nguyên tắc cứng) trong tính toán chính xác tổn thất điện từ và rung động (biên độ và tần số) cho động cơ điện. Về bản chất, việc vát cạnh rãnh tạo ra sự điều chỉnh bổ sung trong phân bố không gian của lực từ động MMF, điều này dẫn đến sự phân bố lại năng lượng giữa các sóng hải. Hiệu ứng này đặc biệt quan trọng trong các động cơ điện kéo và cao tốc, là những động cơ điện có phổ sóng hải rất phong phú và có yêu cầu phải có rung động âm, cũng như Eff phải cực kỳ cao.

Như vậy, qua phân tích nêu trên, cho thấy rằng, việc bỏ qua ảnh hưởng của góc vát rãnh trong mô hình hóa có thể dẫn đến sai sót đáng kể trong việc định lượng tổn thất điện từ trong lõi sắt từ stator và mức độ nhiễu điện từ do nó gây ra. Cho nên, tính toán chính xác tổn thất điện từ do méo hình dạng sin chuẩn của từ thông với nguồn gốc là do buộc phải có góc vát rãnh răng stator, trở thành một yêu cầu bắt buộc trong các phương pháp thiết kế hiện đại.

3.2. Mô hình hóa trường từ của stator

3.2.1. Mô tả toán học mạch từ có tính đến tính chất phi tuyến tính của lõi sắt từ

Khi mô hình hóa toán học trường từ trong cuộn dây stator của động cơ điện, việc tính đến tính chất từ phi tuyến tính của vật liệu sắt từ là rất quan trọng để thu được kết quả tin cậy. Trong thực tế, đặc biệt khi lõi sắt từ bão hòa thì sự phụ thuộc của cảm ứng từ B vào cường độ từ trường H không còn tuyến tính nữa, là nguyên nhân làm biến dạng đáng kể sự phân bố không gian của từ thông.

Để phản ánh đầy đủ hiệu ứng này trong tính toán thì cần phải sử dụng đường cong từ hóa, là đường cong mô tả mối quan hệ phi tuyến tính giữa B và H cho mỗi loại vật liệu sắt từ cụ thể. Thực tế, đường cong này thường được xấp xỉ hóa bằng

các hàm phân tích, thí dụ, hàm đa thức hoặc đường cong spline, điều đó cho phép tích hợp đường cong từ hóa vào mạch tương đương của mạch từ để sau đó là giải số.

Trong công trình nghiên cứu phát triển này, phương pháp nội suy tuyến tính từng phần được sử dụng để xấp xỉ hóa đường cong từ hóa, với kích thước từng phần vừa đủ để vừa đảm bảo độ chính xác khi tính toán vừa không làm phức tạp quá các phép tính. Cách tiếp cận như vậy cho phép trình bày trở từ phi tuyến tính của mỗi phần đoạn mạch từ dưới dạng dạng hàm bậc từ liên kết từ thông. Tài liệu [5, tr.112] xác nhận rằng, nếu bỏ qua tính phi tuyến tính của lõi sắt từ trong việc xác định phân bố không gian của trường từ thì việc xác định tổn thất điện từ có thể sai số 20% đến 30% trong chế độ làm việc giả định gần sát điển hình.

Như vậy, việc đưa đường cong từ hóa được xấp xỉ hóa vào sơ đồ tính toán là buộc phải thực hiện để việc mô hình hóa từ thông trong cuộn dây stator có được độ chính xác cao.

Để xét các tính chất phi tuyến tính có tính thực tế thì cần phải lập một sơ đồ phân nhánh thay thế mạch từ động cơ điện, sơ đồ đó gồm: các trở từ phi tuyến tính của tất cả các phần quan trọng. Các phần này bao gồm: vùng rãnh răng; mặt sau của stator; mặt sau của rotor; và khe hở không khí, với các trở từ được coi là tuyến tính. Các phương trình mạch từ cho sơ đồ như vậy được xây dựng dựa trên định luật Kirchhoff cho mạch từ: tổng các lực từ động trong một mạch kín bằng tổng các điện áp từ rơi; còn tổng các từ thông tại một nút thì bằng zero. Đối với các trở từ phi tuyến tính thì sự phụ thuộc của điện áp rơi vào từ thông qua nó được xác định thông qua đường cong từ hóa, điều này biến hệ phương trình tuyến tính thành hệ phương trình phi tuyến tính.

Hệ phương trình phi tuyến tính cho mạch từ được thiết lập sẽ được giải bằng phương pháp lặp, thí dụ, sử dụng phương pháp Newton-Raphson sẽ bảo đảm được sự hội tụ bậc hai với điều kiện chọn một phép xấp xỉ ban đầu phù hợp. Phương pháp lặp cho phép tính chỉnh liên tiếp các giá trị từ thông trong các mạch của sơ đồ cho đến khi đạt độ chính xác xác định, điều này rất quan trọng cho mô hình hóa các chế độ có mức bão hòa sâu. Đối với hiện tượng trễ của từ (là nguồn gốc sinh ra tính phi tuyến tính bổ sung) và lịch sử từ hóa, thông thường sử dụng cách tiếp cận bán tĩnh với đường cong từ hóa cơ bản trung bình được sử dụng. Một cách thận trọng, nhiều nhà khoa học đều tin rằng, trong hầu hết các vấn đề kỹ thuật xảy ra trong chế độ hoạt động ổn định của động cơ điện thì ảnh hưởng của hiện tượng từ trễ đến các giá trị từ thông là không vượt quá từ 1% đến 2% và có thể bỏ qua [7, tr. 45]. Chính điều này đã biện minh cho việc sử dụng các mô hình hóa đơn giản với việc không tính đến các vòng lặp từ trễ.

3.2.2. Phát triển mô hình khe hở không khí có tính đến hình dạng của các rãnh stator

Hình dạng của các rãnh stator, cho dù là rãnh hở hay rãnh bán kín, đều làm thay đổi đáng kể cấu hình trường từ trong khe hở không khí. Sự thay đổi chiều rộng rãnh và hình dạng khe hở sẽ tạo ra các nhiễu loạn cục bộ trong phân bố mật độ từ thông, điều này dẫn đến xuất hiện các thành phần hài bổ sung. Các hiệu ứng này đặc biệt ghi nhận ở các vùng liền kề với khe hở, nơi mà các đường sức từ bị biến dạng do sự thay đổi đột ngột của đường dẫn từ tính. Để định lượng sự tăng khe hở hiệu dụng do các rãnh stator gây ra, thường sử dụng hệ số Carter. Tuy nhiên, với các hình dạng rãnh phức tạp, chẳng hạn như rãnh bán kín với khe hở hẹp, thì phải sử dụng hệ số Carter tổng quát, có tính đến hình dạng rãnh thực tế và ảnh hưởng của nó đến độ dẫn từ trung bình. Hệ số tổng

quát này cho phép dự đoán chính xác nhất về dòng điện từ hóa và biên độ sóng hài cơ bản.

Mô hình hai chiều của khe hở không khí, có xét đến cấu trúc răng (rãnh) của cả stator sẽ là mô hình để phân tích trường từ một cách chính xác hơn cả. Phương pháp ánh xạ bảo giác hoặc phương pháp khai triển chuỗi Fourier đều cho phép mô tả cấu trúc tuần hoàn của các rãnh và răng. Hai phương pháp này cho khả năng tính toán trường từ phân tán trong khe hở và ảnh hưởng của sự phân tán từ này lên từ thông chính, bao gồm cả sự xuất hiện các sóng hài không gian bậc cao, chúng ảnh hưởng lên hiệu suất làm việc của động cơ điện.

Sự bão hòa của các răng stator khi động cơ điện kéo tải định mức sẽ làm thay đổi cục bộ trở từ và do đó làm thay đổi sự phân bố trường từ trong khe hở không khí. Một mô hình tính chỉnh được nghiên cứu phát triển, trong mô hình đó, trở từ của mỗi răng sẽ chỉ phụ thuộc mật độ từ thông cục bộ, phản ánh đường cong từ hóa phi tuyến tính của vật liệu sắt từ. Phân tích đặc tính từ hóa theo trục d và trục q theo phương pháp: bằng cách hướng vector dòng điện từ hóa dọc theo trục d ($i_{md} = i_m; i_{mq} = 0$) và từ các công thức (8) trong tài liệu [14; tr. 121] sẽ thu được phương trình tích phân cho đặc tính từ hóa theo trục d . Tương tự cho trục q , từ công thức (9) của [14; tr. 121], thu được phương trình tích phân đặc tính từ hóa dọc theo trục q . Cách tiếp cận (mô hình hai chiều) này bảo đảm mô tả sự phân bố từ thông có tính thực tế cao nhất trong điều kiện động cơ điện kéo tải định mức.

3.2.3. Phát triển phương pháp phân tích-số cho tính toán sóng hài không gian-thời gian của từ thông

Phát triển phương pháp phân tích-số được bắt đầu từ biểu diễn lực từ động MMF của cuộn dây stator dưới dạng tổng các sóng hài không gian. Biết rằng: sự phân bố các dây dẫn của cuộn dây trong các rãnh mang tính rời rạc và số lượng cuộn dây là hữu hạn; hình dạng đường cong lực từ động MMF là không hình sin và chứa một số thành phần sóng hài bậc cao. Với đặc điểm này, phương pháp phân tích-số sẽ phân tích đường cong MMF thành sóng hài cơ bản bậc một (nguồn gốc tạo ra trường từ làm việc) và các sóng hài bậc cao hơn (nguồn gốc sinh ra các hiệu ứng ký sinh). Sự phân tích đường cong MMF thành sóng hài cơ bản và các sóng hài bậc cao hơn thực hiện được do tính rời rạc của sự phân bố cuộn dây stator và cấu trúc rãnh stator [1; tr. 215] cho phép xem xét mang tính hệ thống sự đóng góp của chúng (tất cả các loại sóng hài) vào sự hình thành từ thông. Mỗi sóng hài không gian xác định của MMF được đặc trưng bởi bậc riêng (ν) của nó, và đặc biệt quan trọng hơn là mỗi sóng hài đó chạy dọc theo chu vi của stator với vận tốc xác định, tức các sóng hài sẽ có bậc khác nhau và vận tốc dọc theo chu vi stator là khác nhau. Khác với sóng hài cơ bản, các sóng hài bậc cao hơn có thể quay theo chiều thuận và chiều ngược, qua đó làm phức tạp đáng kể mô hình trường từ trong khe hở không khí. Phương pháp phân tích-số này, về bản chất là sử dụng chuỗi các sóng hài của MMF, tạo nền tảng cho tính toán tiếp theo là tính toán độ dẫn từ thực tế của khe hở không khí.

Như vậy, có thể thấy rằng, sự kết hợp chính xác giữa mô tả phân tích các sóng hài với hàm số mô tả độ dẫn từ, chính là bản chất của phương pháp phân tích-số được nghiên cứu phát triển và đề xuất.

Bước quan trọng trong nghiên cứu phát triển phương pháp này là sự kết hợp giữa biểu thức phân tích từ được cho lực từ động MMF với hàm số được xác định của độ dẫn từ riêng của khe hở không khí. Hàm này thu được bằng cách sử dụng mô hình khe hở chi tiết, có tính ảnh hưởng của hình dạng hình học thực tế của các rãnh và độ bão hòa từ của chúng. Sự

kết hợp nêu trên (dưới dạng tích-phép nhân) của lực từ động MMF (dưới dạng phổ không gian) với độ dẫn từ của khe hở không khí, cho phép tính toán được biên độ và tần số của tất cả các hài không gian-thời gian của từ thông [2; tr.108], đây chính là sự khác biệt cơ bản giữa phương pháp được phát triển với các mô hình phân tích đơn giản.

Bước cuối cùng trong việc phát triển phương pháp này là phát triển một thuật toán dựa trên các sóng hài từ thông đã được xác định (trong đó có các giá trị hiệu dụng và đầy đủ các thành phần phổ cho mỗi cuộn dây pha stator. Thuật toán này tích hợp được các tính chất phi tuyến tính của mạch từ và dữ liệu thu được về hình dạng thực tế của khe hở không khí.

Sau khi hoàn tất phát triển phương pháp phân tích-số, thực hiện đánh giá sai số khi áp dụng phương pháp này cho thấy rằng, độ chính xác đạt được là đủ cho việc phân tích thực tế các tổn thất bổ sung và độ rung động điện từ trong động cơ điện, khẳng định được tính hiệu quả cao của phương pháp đề xuất.

Phương pháp được phát triển này đóng vai trò là cầu nối giữa các mô hình trường lý thuyết và ứng dụng thực tế của trường lý thuyết trong đánh giá hiệu suất của các loại máy điện.

3.3. Thí nghiệm số và kiểm chứng

3.3.1. Phương pháp luận của thí nghiệm số là phương pháp phân tử hữu hạn

Cơ sở của phương pháp thí nghiệm số là mô hình phân tử hữu hạn của động cơ điện, mô hình này được phát triển có tính đến hình dạng chi tiết của vùng rãnh-răng stator và tính chất phi tuyến tính của mạch từ. Mô phỏng được chạy trong môi trường Ansys Maxwell, điều này cho phép xấp xỉ có độ chính xác cao đối với vùng topology phức tạp của động cơ điện. “Mô hình phân tử hữu hạn của động cơ điện không đồng bộ với tổn thất điện từ trong lõi sắt từ được phát triển trong môi trường Ansys Maxwell” [6; tr.4], mô hình này bảo đảm tính phù hợp vật lý cho các tính toán trường từ. Việc sử dụng gói phần mềm này bảo đảm tính toán chính xác độ bão hòa từ của lõi sắt từ và hiệu ứng dịch chuyển của dòng điện. Sự rời rạc hóa các vùng tính toán được thực hiện với việc sử dụng lưới tam giác không cấu trúc, lưới tam giác này lại được tinh chỉnh trong vùng khe hở không khí và rãnh stator để tăng độ chính xác cho các tính toán. Trong mô hình này đã tích hợp được các giá trị thực của độ thẩm thấu từ tính của lõi sắt từ, và có được chúng từ đường cong từ hóa của lõi sắt từ. Cách tiếp cận này bảo đảm tái tạo các kết quả cho một loạt các thí nghiệm với các thông số đầu vào khác nhau.

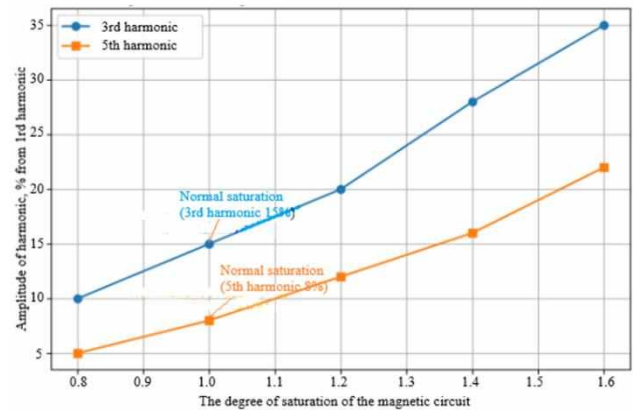
Nội dung thí nghiệm: xác định thành phần sóng hài của dòng điện stator, bao gồm cả sóng hài bậc cơ bản, cũng như các sóng hài bậc cao; xác định các thông số biến đổi, bao gồm mức độ bão hòa của mạch từ (đạt được bằng cách thay đổi biên độ dòng điện cung cấp và độ lệch khe hở rotor). Đối với mỗi loại thí nghiệm, sự phân bố không gian của cảm ứng từ và từ thông trong khe hở không khí được ghi lại. Phân tích so sánh các kết quả theo các kịch bản khác nhau sẽ cho phép định lượng sự đóng góp của mỗi yếu tố vào việc làm méo các thành phần sóng hài của từ thông. Dữ liệu thu được sau đó được kiểm chứng trên bản thí nghiệm, điều này xác nhận tính phù hợp của mô hình. Do đó, phương pháp phân tử hữu hạn được phát triển là một công cụ đáng tin cậy để nghiên cứu các quá trình điện từ phức tạp trong động cơ điện.

3.3.2. Các kết quả của mô hình hóa sự ảnh hưởng của các yếu tố lên sóng hài từ thông và tổn thất

Các kết quả của các thí nghiệm số được thực hiện bằng phương pháp phân tử hữu hạn, đã chỉ ra rằng, sự bão

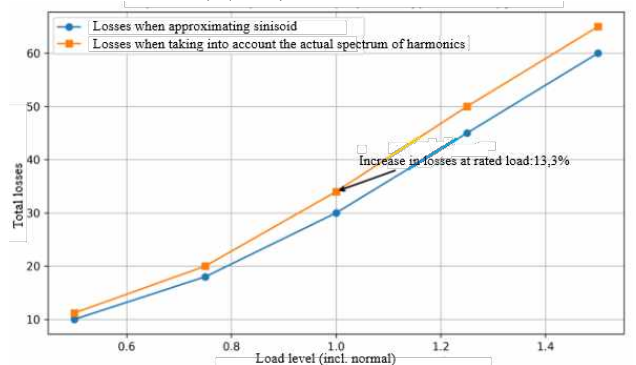
hòa của mạch từ stator là một trong những yếu tố chính làm méo thành phần sóng hài của từ thông. Khi dòng điện tải tăng thì mức độ bão hòa cũng tăng theo, quan sát thí nghiệm cho thấy có sự gia tăng đáng kể của biên độ của các sóng hài bậc cao (chủ yếu là sóng hài bậc ba và bậc năm). Điều này được giải thích bởi tính phi tuyến tính của đường cong từ hóa của lõi sắt từ, dẫn đến xuất hiện các thành phần sóng hài bổ sung trong đường cong cảm ứng từ. “Các kết quả mô hình hóa cho thấy rằng, trước hết là sự phù hợp (tốt) định tính giữa các đặc tính tính toán với dữ liệu đã biết từ thí nghiệm về các chế độ và đặc tính của máy động bộ cực lỗi” [14; tr.121], điều này xác nhận tính phù hợp của các mẫu thu được. Phân tích định lượng được thực hiện trong quá trình mô hình hóa cho thấy rằng, biên độ của thành phần sóng hài bậc ba của từ thông ở mức độ bão hòa định mức có thể tăng tới 15% so với biên độ thành phần sóng hài cơ bản, còn thành phần sóng hài bậc năm thì lên tới 8%. Hiệu ứng này còn tăng lên nếu động cơ chạy quá tải (tức động cơ chạy trong chế độ bão hòa sâu).

H. 2. trình bày kết quả thu được từ thí nghiệm số về sự phụ thuộc của giá trị biên độ các thành phần sóng hài bậc 3 và 5 vào mức độ bão hòa của mạch từ.



H.2. Sự phụ thuộc của biên độ sóng hài (bậc 3 và 5) vào mức độ bão hòa từ của mạch từ

Dựa trên các thành phần sóng hài của từ thông thu được, thực hiện tính toán tổng tổn thất trong lõi sắt từ stator, bao gồm cả tổn thất do thành phần từ trễ và dòng điện xoáy. So sánh tổn thất này với tổn thất khi sử dụng phép xấp xỉ hình sin cho sóng hài từ thông, cho thấy rằng, nó tăng hơn từ 12% đến 18% (ở tải định mức là 13,3%) (H. 3).



H.3. So sánh tổn thất trong lõi sắt từ stator ở các mức tải khác nhau

Sự gia tăng tổn thất lớn nhất đến từ sóng hài bậc 3 và bậc 5 của từ thông, cũng như các sóng hài răng cưa bậc cao hơn (mặc dù đã bị triệt tiêu một phần bởi rãnh vát thì chúng vẫn có biên độ đáng kể). Kết quả này khẳng định rằng, việc bỏ qua sự biến dạng của từ thông khi thiết kế động cơ điện sẽ dẫn đến việc đánh giá thấp các tổn thất bổ sung, qua đó việc tính toán hệ số hiệu suất Eff trong các mô hình tính toán có sai sót

đáng kể.

3.4. Phân tích ảnh hưởng của hình dạng từ thông lên tổn thất bổ sung

Các tổn thất bổ sung trong lõi sắt từ của động cơ điện xuất hiện do tác động phi tuyến tính của các sóng hài bậc cao của từ thông với lõi sắt từ. Nguồn điện cung cấp cho cuộn dây stator có hình dạng không sin, cũng như hiệu ứng bão hòa của hệ thống từ, là những nguồn gây ra các sóng hài bậc cao trong phổ từ thông, mà tần số và biên độ của các sóng hài này khác với sóng hài cơ bản. Các sóng hài bậc cao này, về phía chúng lại gây ra thêm các dòng điện xoáy trong lõi sắt từ và đảo ngược quá trình từ hóa của các phần riêng lẻ với tần số cao hơn, điều này dẫn đến tổn thất cục bộ. Việc biểu diễn hàm vector tích phân (hàm mô tả sự từ hóa trong máy điện) trong hệ tọa độ vuông góc sẽ cho phép tính được sự ảnh hưởng lẫn nhau của các quá trình theo trục dọc và trục ngang của máy điện [14; tr.122]. Mỗi sóng hài không gian-thời gian tạo ra trường từ riêng của nó, và khi chồng chất lên trường từ chính, nó sẽ làm thay đổi quỹ đạo đảo chiều từ hóa của lõi sắt từ. Điều này dẫn đến vòng trễ từ không còn đối xứng và diện tích của vòng từ trễ sẽ tăng lên, ảnh hưởng trực tiếp đến sự gia tăng tổn thất do từ trễ. Đồng thời các sóng hài bậc cao hơn, do có tần số cao sẽ làm tăng đáng kể hiệu ứng bề mặt, tức thúc đẩy từ thông dịch chuyển đến bề mặt của rãnh và ách stator và, khi đó tổn thất do dòng điện xoáy dễ dàng tăng lên. Với diễn tiến vật lý như vậy, tức có sự kết hợp của tất cả các sóng hài sẽ tạo ra một mô hình tổn thất không gian-thời gian phức tạp, sự phức tạp của mô hình này là thực và không thể mô tả đầy đủ hiệu ứng này trong khuôn khổ của các mô hình tuyến tính.

Để định lượng chính xác sự đóng góp của từ thông có hành dạng không sin trong tổn thất bổ sung, một phân tích về ảnh hưởng của các sóng hài với biên độ và tần số khác nhau được thực hiện trong phổ của từ thông. Phân tích này cho ra kết luận rằng, tổn thất do hiện tượng trễ từ gây ra sẽ tăng tỷ lệ thuận với biên độ của sóng hài và phụ thuộc phi tuyến tính vào tần số của sóng hài, trong khi tổn thất do dòng điện xoáy lại tăng theo hàm mũ bậc 2 với tần số của sóng hài. Thí dụ, các sóng hài bậc 5 và 7 có biên độ đáng kể với nguồn điện cung cấp không hình sin, các sóng hài này đóng góp chính vào sự gia tăng tổn thất, đạt đến 35% - 40% so với mức cơ bản. Các sóng hài bậc cao hơn nữa, mặc dù có biên độ thấp hơn, nhưng chúng lại có tần số cao nên có thể gây ra hiện tượng quá nhiệt cục bộ và gây tổn thất bổ sung ở các bề mặt của lõi sắt từ stator.

Kết quả của mô hình hóa phần tử hữu hạn chỉ ra rằng, các phương pháp truyền thống để tính toán tổn thất được thực hiện trên giả định là từ thông có hình dạng sin chuẩn, dẫn đến sai số hệ thống. Các thí nghiệm số cho thấy rằng, việc bỏ qua các sóng hài bậc cao của từ thông, bao gồm cả các sóng hài bậc cao xuất hiện do sự chuyển mạch của các bộ chuyển đổi bán dẫn và sự bão hòa từ, đã làm giảm tổng tổn thất trong lõi sắt từ lên đến 15% - 20%. Sự sai số này rõ rệt nhất ở chế độ làm việc có điều khiển tốc độ cao và tải định mức, là chế độ hệ thống từ tính bị bão hòa sâu nhất. Dữ liệu thu được từ các thí nghiệm đã xác nhận rằng, phương pháp phân tích-số được phát triển có tính đến đầy đủ các thành phần sóng hài của từ thông đã cải thiện đáng kể độ chính xác về sự cân bằng năng lượng của động cơ điện.

4. Thảo luận về kết quả

Các phương pháp truyền thống để đánh giá tổn thất trong lõi sắt từ của động cơ điện, như là một nguyên tắc, thường dựa trên các phép tính toán sử dụng sóng hài cơ bản

của từ thông hoặc dựa trên các mối quan hệ thực nghiệm đơn giản và bỏ qua ảnh hưởng của các sóng hài bậc cao lên tổn thất. Cách tiếp cận truyền thống này được dùng phổ biến trong thực tiễn kỹ thuật, dẫn đến sai số hệ thống, sai số này, theo nhiều nghiên cứu thì có thể lên tới, từ 10% đến 20% khi xuất hiện các thành phần sóng hài đáng kể trong phổ từ thông. Bản chất vật lý của sai số này là đã bỏ qua sự phụ thuộc vào tần số của tổn thất lõi sắt từ và các đặc tính phi tuyến tính của mạch từ, điều này đặc biệt quan trọng đối với các hệ truyền động điện có tốc độ thay đổi bởi sử dụng các thiết bị nguồn có điều chế độ rộng xung. Việc sử dụng các phương pháp truyền thống dựa trên giả định từ thông có hình dạng sin chuẩn, dẫn đến tổn thất được định lượng thấp đi, đặc biệt khi động cơ kéo tải phi tuyến tính hoặc dùng biến tần, việc bỏ qua các sóng hài bậc cao có thể dẫn đến định lượng tổn thất bổ sung với sai số từ 15% đến 20%, điều này ảnh hưởng đáng kể đến tính toán chính xác cân bằng năng lượng của động cơ điện. Do đó, việc sử dụng các phương pháp truyền thống (đã được đơn giản hóa) không cho phép đánh giá đầy đủ tải nhiệt thực tế và hiệu suất hoạt động của động cơ điện, đặc biệt trong chế độ động học.

Khác với các phương pháp truyền thống, phương pháp được phát triển dựa trên sự phân tích phổ của từ thông, tiếp theo là tính toán tổn thất do mỗi sóng hài gây nên bằng cách sử dụng các hệ số phụ thuộc tần số. Cách tiếp cận này cho phép tính đến sự đóng góp của các sóng hài bậc cao vào tổng tổn thất, do đó giảm sai số khi định lượng tổn thất xuống còn từ 3% đến 5% cho tất cả các chế độ làm việc của động cơ điện. Các thí nghiệm số đã cho thấy rằng, mô hình phân tích-số được phát triển đã chứng minh được độ hội tụ cao với các kết quả thu được bằng phương pháp phần tử hữu hạn.

Việc kiểm chứng phương pháp được phát triển được thực hiện từ dữ liệu thực nghiệm trong phòng thí nghiệm, đã chứng minh rằng, phương pháp phát triển này có thể tính toán rất chính xác các đặc tính phi tuyến tính của lõi sắt từ, đây là ưu điểm vượt trội của phương pháp này so với các phương pháp truyền thống. So sánh các giá trị tổn thất được tính toán và đo đếm ghi lại trong các chế độ tải khác nhau, đã xác nhận rằng, sai số không vượt quá 5%, trong khi các phương pháp truyền thống cho kết quả sai lệch đến 25%. Điều này chứng minh tính khả thi của phương pháp cho các nhiệm vụ kiểm toán năng lượng và thiết kế với đòi hỏi đánh giá hiệu suất năng lượng với độ chính xác cao. Như vậy, phương pháp được phát triển này đã trở thành một công cụ đáng tin cậy để tối ưu hóa thiết kế và cải thiện hiệu quả năng lượng của động cơ điện.

5. Kết luận

Quá trình nghiên cứu đã phát triển phương pháp phân tích-số để tính toán các sóng hài không gian-thời gian của từ thông trong cuộn dây stator của động cơ điện không đồng bộ. Mấu chốt của phương pháp được phát triển là xem xét toàn diện các tác động kết hợp với nhau của tất cả các sóng hài bậc cao, gồm: dòng điện do bộ chuyển đổi bán dẫn gây ra; tính phi tuyến tính của mạch từ do hiện tượng bão hòa từ gây ra; các yếu tố hình học (đặc biệt là giá trị góc vát rãnh). Sự kết hợp giữa các yếu tố này, trước đây chưa được xem xét trong các phương pháp truyền thống, nay được xem xét đã cải thiện đáng kể độ chính xác trong mô tả sự phân bố trường từ thực. Việc kiểm chứng mô hình được phát triển dựa trên thí nghiệm thực đã xác nhận tính phù hợp và khả năng ứng dụng thực tế của phương pháp được phát triển. Kết quả của các thí nghiệm số và so sánh dữ liệu thu được bằng phương pháp phần tử hữu hạn cho thấy phương pháp được phát triển có thể giảm sai số trong việc tính toán tổn thất bổ sung trong lõi sắt từ lên đến

15% so với các phương pháp truyền thống. Như vậy, mục tiêu chính của nghiên cứu là tạo ra một công cụ để đánh giá chính xác hơn về hiệu suất năng lượng của động cơ điện không đồng bộ có sử dụng điều khiển tần số, đã đạt được.

Ý nghĩa thực tiễn của các kết quả thu được nằm ở tiềm năng ứng dụng của phương pháp trong thiết kế động cơ điện với yêu cầu về hiệu suất năng lượng cao hơn, lên đến IE4. Việc tính đến sự biến dạng không hình sin của từ thông trong quá trình nghiên cứu phát triển cho phép dự đoán chính xác hơn các tổn thất thực và tránh được hiện tượng quá nhiệt, điều này ảnh hưởng trực tiếp đến độ tin cậy của động cơ điện khi vận hành với bộ biến tần. Do đó, phương pháp được phát triển này đáp ứng nhu cầu cấp thiết của ngành công nghiệp về cải thiện độ chính xác tính toán và giảm các tổn thất khi đã tường hết các tổn thất bổ sung.

Nghiên cứu tiếp theo có thể hướng đến điều chỉnh phương pháp phân tích-số đã phát triển cho các loại máy điện khác, đặc biệt là cho động cơ điện nam châm vĩnh cửu. Dữ liệu thu được có thể được sử dụng để đưa ra các khuyến nghị kỹ thuật nhằm giảm sự biến dạng của từ thông ngay trong giai đoạn thiết kế cuộn dây stator và hệ thống mạch từ. Việc thực hiện các đề xuất này sẽ mở rộng phạm vi ứng dụng của phương pháp được phát triển này và cải thiện hiệu quả một cách tổng thể các hệ thống truyền động điện công nghiệp.

6. Tài liệu tham khảo

[1] Авилов В. Д., Беляев В. П. Основы электропривода технологических установок. — Омск: Омский государственный университет путей сообщения, 2015. — 40 с.

[2] Аль Махтури Ф. Ш., Самохвалов Д. В. Определение потерь в стали бесконтактного двигателя постоянного тока с использованием линейной аппроксимации импульсов напряжения // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2022. — № 5. — С. 80–90.

[3] Гасанова Л. Г., Мустафаев Р. И. Методика исследования влияния высших гармонических напряжений на режимные параметры синхронного генератора с постоянными магнитами // Вестник МГТУ. — 2017. — № 4. — С. 705–713.

[4] Грачев П. Ю., Табачинский А. С. Применение метода конечных элементов для расчета активного сопротивления обмоток электрических машин // Электричество. — 2019. — № 12. — С. 35–41.

[5] Емельянов Р. Т., Данилов А. К., Желонин Д. Н. Анализ распределения магнитного потока электрических машин и двухмерное моделирование в среде COMSOL MULTIPHYSICS 6.2 // Транспортное машиностроение. — 2025. — № 6. — С. 9–14.

[6] Казаков Ю. Б., Швецов Н. К. Расчетный анализ потерь в стали асинхронных двигателей при питании от преобразователей частоты с несинусоидальным выходным напряжением // Вестник ИГЭУ. — 2015. — № 5. — С. 1–5.

[7] Кацман М. М. Электрические машины. — Москва: Издательский центр «Академия», 2014. — 488 с.

[8] Ковалев В. З., Петухова О. А., Архипова О. В. и др. Моделирование электротехнических комплексов // Вестник югорского государственного университета. — 2014. — № 2. — С. 83–86.

[9] Кутарев А. М., Журкин М. И. Сравнение результатов расчета магнитного поля методом конечных разностей с использованием векторного и скалярного потенциала магнитного поля // Вестник ОГУ. — 2005. — № 4. — С. 127–130.

[10] Лобзин С. А. Электрические машины. — М.: Издательский центр «Академия», 2012. — 336 с.

[11] Останин С. Ю., Абдугалиев Н. И., Лискин А. С. и др. Применение новых материалов для нелинейных магнитных систем гистерезисных электрохимических преобразователей энергии торцевого исполнения для повышения энергетических показателей // Известия РАН. Серия физическая. — 2024. — № 11. — С. 1730–1734.

[12] Скоробогатов А. А. Анализ спектра магнитного поля в зазоре асинхронного двигателя при повреждении обмотки ротора // Вестник ИГЭУ. — 2006. — № 2. — С. 1–4.

[13] Усольцев А. А. Нелинейные электрические и магнитные цепи. — Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2018. — 114 с.

[14] Шрейнер Р. Т., Поляков В. Н., Медведев А. В. Учет магнитной несимметрии явнополусных синхронных электродвигателей в задачах математического моделирования // Моделирование систем электроприводов переменного тока. — Екатеринбург, 2015. — С. 119–123.