

ỨNG DỤNG HÀM VECTOR LYAPUNOV ĐỂ PHÂN TÍCH TÍNH BỀN VỮNG ĐỘNG CỦA HỆ THỐNG NGUỒN VỚI ĐA MÁY PHÁT ĐIỆN ĐỒNG BỘ LÀM VIỆC SONG SONG

Nguyễn Tiến Dũng^{1;2*}, Stepanov A. V.²

¹Trường Đại học Lương Thế Vinh, Số 9 Đường Cầu Đông, Phường Nam Định, tỉnh Ninh Bình, Việt Nam

²Đại học kỹ thuật Quốc gia Moskva Bauman, số 5/1 đường Baumanskaya số 2, Moskva 105005, Liên bang Nga

* Tác giả liên hệ: nguyentindung@ltvu.edu.vn

THÔNG TIN BÀI BÁO

Ngày nhận: 16/08/2026

Ngày hoàn thiện: 26/08/2026

Ngày chấp nhận: 06/09/2026

Ngày đăng: 15/09/2026

TỪ KHÓA

Máy phát điện đồng bộ,

Tính bền vững động,

Hàm vector Lyapunov,

Phương trình so sánh,

Miền bền vững.

TÓM TẮT

Bài báo này xem xét vấn đề bền vững động bằng phương pháp ứng dụng hàm vector Lyapunov cho một hệ thống nguồn điện với các máy phát điện đồng bộ làm việc song song. Các phương trình chuyển động quay nhiễu loạn thể hiện chuyển động quay tương đối của các rotor máy phát điện đồng bộ được trình bày. Một phương pháp phân rã mô hình toán học mô tả hệ thống đa máy phát thành các hệ con độc lập được đề xuất. Các hàm vector Lyapunov cho các hệ con độc lập được đề xuất. Đánh giá miền bền vững động làm việc của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ dựa trên phương trình so sánh, cách giải phương trình so sánh được đề xuất — giải một hệ bất đẳng thức thay thế tương đương. Những đặc điểm của việc ứng dụng hàm vector Lyapunov trong phân tích tính bền vững động xảy ra trong thực tiễn, cũng được tác giả làm rõ.

APPLYING LYAPUNOV VECTOR FUNCTIONS TO ANALYZE THE DYNAMIC SUSTAINABILITY OF A POWER SYSTEM WITH MULTIPLE SYNCHRONOUS GENERATORS OPERATING IN PARALLEL

Tien Dung Nguyen^{1;2*}, Stepanov A. V.²

¹Luong The Vinh University, 9 Cau Dong Street, Nam Dinh Ward, Ninh Binh Province, Viet Nam

²Bauman Moscow State Technical University, 2nd Baumanskaya St., 5/1, Moscow 105005, Russian Federation

*Corresponding Author: nguyentindung@ltvu.edu.vn

ARTICLE INFO

Received: Aug 16, 2026

Revised: Aug 26, 2026

Accepted: Sep 06, 2026

Published: Sep 15, 2026

KEYWORDS

Synchronous generators,

Dynamic sustainability,

Lyapunov vector-function,

Comparison equations,

Sustainable region.

ABSTRACT

This paper examines the dynamic stability problem using Lyapunov vector functions for a power system with synchronous generators operating in parallel. Perturbation equations representing the relative rotational motion of the synchronous generator rotors are presented. A method for decomposing the mathematical model describing the multi-generator system into independent subsystems is proposed. Lyapunov vector functions for these independent subsystems are also proposed. The dynamic stability domain of the multi-generator synchronous power system is evaluated based on a comparison equation, and a method for solving this comparison equation is proposed—solving an equivalent system of inequalities. The practical characteristics of applying Lyapunov vector functions in dynamic stability analysis are also clarified by the author.

1. Đặt vấn đề

Một trong những bài toán bảo đảm chức năng tin cậy của hệ thống cung cấp điện năng là nghiên cứu tính bền vững động của các máy phát điện đồng bộ làm việc song song khi chịu sự tác động của các nhiễu loạn khác nhau tác động lên hệ thống [1; 3; 8]. Chế độ làm việc xác lập của máy phát điện đồng bộ là chế độ có sự cân bằng công suất giữa công suất của máy phát điện và công suất tiêu thụ của tải. Với hệ thống nguồn điện đa máy phát điện đồng bộ làm việc song song thì tính bền vững động làm việc cũng là sự cân bằng công suất giữa tổng công suất của các máy phát điện đồng bộ với tổng công suất tiêu thụ điện năng của tất cả các tải. Dưới tác động của các loại nhiễu loạn khác nhau, trong hệ thống sẽ phát sinh quá trình quá độ, quá trình quá độ này có thể dẫn đến phá vỡ sự làm việc song song bền vững của các máy phát điện đồng bộ.

Trong các loại nhiễu loạn tác động lên hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ thì các loại nhiễu loạn nguy hiểm nhất, có thể kể ra là:

- hiện tượng ngắn mạch trong mạng lưới truyền tải điện năng ở đầu ra của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ;
- phát sinh sự mất cân bằng nghiêm trọng về công suất, công suất tải tăng vượt quá tổng công suất của các máy phát điện; v.v...

Các nhiễu loạn này tác động lên hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ sẽ gây ra một quá trình quá độ rất nguy hiểm, quá trình này cần phải suy giảm và được khống chế về thời gian diễn ra, càng ngắn càng tốt và được thực hiện tự động hóa. Sau khi kết thúc tác động của nhiễu loạn, trong trường hợp tính bền vững động được giữ nguyên thì hệ thống nguồn đa máy phát sẽ chuyển tiếp đến một chế độ làm việc xác lập tiếp theo ngay khi quá trình quá độ kết thúc. Còn khi tính bền vững động của hệ thống không giữ được khi xuất hiện quá trình quá độ thì hiển nhiên hệ thống nguồn này sẽ không hoạt động nữa với các tình trạng kỹ thuật khác nhau: có thể hỏng nặng về điện hoặc cơ khí; hoặc cả hai.

Nghiên cứu tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ dưới tác động của các nhiễu loạn nguy hiểm là một bài toán cần có lời giải và đáp án chính xác để phục vụ tốt cho thiết kế và vận hành loại hệ thống nguồn điện này. Một điều hiển nhiên, nếu sử dụng và nghiên cứu phát triển tốt các công cụ toán học có thể ứng dụng để có được đáp án cho bài toán này thì có thể được coi là chính xác và tin cậy nhờ bản chất của toán học. Một trong những công cụ toán học có thể ứng dụng là hàm vector Lyapunov với xuất phát điểm là phương trình chuyển động quay nhiễu loạn của rotor các máy điện đồng bộ ngay sau khi tác động nhiễu loạn nguy hiểm kết thúc.

Giải bài toán về bền vững động của hệ thống nguồn điện đa máy phát điện đồng bộ, có thể bằng cách tích phân số các phương trình chuyển động quay nhiễu loạn của rotor, chúng mô tả toán học các chuyển động quay của các rotor máy phát điện đồng bộ xảy ra ngay sau khi tác động nhiễu loạn nguy hiểm kết thúc. Các điều kiện ban đầu của phép tích phân này được xác định bằng cách tính toán quá trình khẩn nguy tại thời điểm kết thúc tác động nhiễu loạn.

Kết quả của phép tích phân số: nếu quỹ đạo chuyển động của rotor máy phát điện đồng bộ có xu hướng và rời khỏi miền hấp dẫn quanh vị trí cân bằng bền vững của máy phát điện (hoặc của hệ thống đa máy phát) thì hoạt động của hệ thống sẽ bị gián đoạn, tức mất tính bền vững động về sự làm việc của hệ thống. Trên thực tế, sự gián đoạn làm việc của các máy phát điện đồng bộ có thể được theo dõi thông

qua sự khác biệt về các góc quay của các rotor máy phát điện đồng bộ: nếu sự khác biệt của các góc quay này vượt quá một giá trị tới hạn nhất định thì tính bền vững động của các máy phát điện đồng bộ sẽ bị gián đoạn.

Tuy nhiên, tiêu chí đánh giá tính bền vững động bằng sự khác biệt giá trị của các góc quay của các rotor máy phát điện đồng bộ là một tiêu chí không thể được coi là bắt buộc khi phân tích tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát do những hạn chế về yêu cầu bắt buộc của nó là không thực sự nghiêm ngặt.

Để giải bài toán này, ngoài phương pháp truyền thống với độ chính xác không cao, một số công trình khoa học [1; 3; 8] đã sử dụng hàm Lyapunov để giải bài toán phân tích tính bền vững động và đưa ra được độ dự trữ bền vững động của hệ thống ở mức ước tính.

Trong quá trình nghiên cứu ứng dụng hàm Lyapunov để phân tích tính bền vững động của hệ thống đa máy phát điện đồng bộ, một kết quả có ý nghĩa nhất là phát triển được một hàm Lyapunov có thể sử dụng tốt để phân tích tính bền vững động trong hệ thống năng lượng, nên chúng tôi gọi là Hàm năng lượng Lyapunov (hay còn gọi là hàm Lyapunov vô hướng). Tuy nhiên, nhược điểm của cách tiếp cận này là phải tìm được một tập các điểm làm việc, mà tại các điểm đó có sự cân bằng công suất nhưng lại không có tính bền vững động, các điểm này lại phải nằm trong miền lân cận xung quanh điểm làm việc có sự cân bằng công suất và bền vững động. Điều này đòi hỏi phải giải một hệ phương trình đại số phi tuyến tính, nên cực kỳ khó khăn với số lượng phép tính toán khá lớn. Một phiên bản đơn giản hơn — phương pháp diện tích — được phát triển trong [8], và được gọi là phương pháp tương đương một máy hoặc phương pháp tương đương hai máy. Tuy nhiên, việc đưa hệ thống đa chiều về hệ thống một chiều, về cơ bản là không thuyết phục.

Trong các công trình [2; 4-6; 9; 10], đối với các hệ thống đa chiều lớn thì một phương pháp được đề xuất là chia hệ thống đa chiều cỡ lớn thành các hệ thống con, phương pháp này dựa trên việc sử dụng hàm vector Lyapunov nên được gọi là phương pháp hàm vector Lyapunov. Phương pháp này chưa được sử dụng rộng rãi trong thực tế do tính phức tạp cao khi hình thức hóa và thuật toán hóa hệ thống nguồn đa máy phát điện.

Mục đích của bài báo này là trình bày kết quả khám phá khả năng ứng dụng phương pháp hàm vector Lyapunov để phân tích tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ làm việc song song, biết được sâu về tính bền vững động của máy phát điện đồng bộ, nói riêng và của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ, nói chung, sẽ đảm bảo vận hành tốt các hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ.

2. Mục tiêu và phương pháp nghiên cứu

2.1. Mục tiêu nghiên cứu

- Xem xét khả năng ứng dụng hàm vector Lyapunov để phân tích tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ làm việc song song;

- Xem xét độ tin cậy và tính chính xác của phương pháp này khi ứng dụng nó để phân tích tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ làm việc song song so với một phương pháp truyền thống khác là phương pháp tích phân lặp đi lặp lại cho phương trình chuyển động nhiễu loạn của các rotor máy phát điện đồng bộ

2.2. Phương pháp nghiên cứu

- Sử dụng phương trình chuyển động nhiễu loạn truyền thống của rotor máy phát điện với sự công nhận rộng rãi cho các hệ thống nguồn đa máy phát điện làm việc song song khi

ỨNG DỤNG HÀM VECTOR LYAPUNOV ĐỂ PHÂN TÍCH TÍNH BỀN VỮNG ĐỘNG CỦA HỆ THỐNG NGUỒN VỚI ĐA MÁY PHÁT ĐIỆN ĐỒNG BỘ LÀM VIỆC SONG SONG

có tác động của nhiễu loạn nguy hiểm lên hệ thống, gây ra sự chuyển động bất thường của các rotor;

- Sử dụng hàm Lyapunov được phát triển — hàm vector Lyapunov, trong cách tiếp cận hệ thống năng lượng đa nguồn phát để nghiên cứu phát triển tiếp cách giải phương trình chuyển động nhiễu loạn của các rotor máy phát điện đồng bộ;

- Sử dụng phép toán học tương đương nhằm đưa việc giải bài toán phức tạp một cách trực tiếp về giải bài toán tương đương với mức độ ít phức tạp hơn — hệ thống so sánh với mô tả toán học là hệ bất đẳng thức.

3. Nội dung và kết quả nghiên cứu:

3.1. Tính bền vững động và hàm Lyapunov

Phương pháp phân tích tính bền vững động của trạng thái làm việc song song của các máy phát điện đồng bộ trong quá trình quá độ bằng phương pháp trực tiếp được hiểu như sau:

Để phân tích tính bền vững động của hệ thống cung cấp chuyển đổi năng lượng cơ-điện bằng máy phát điện đồng bộ, một hàm đặc biệt với các biến số là các góc quay tương hỗ của các rotor các máy phát điện đồng bộ được đề xuất

$$V(\delta_1^*, \delta_2^*, \dots, \delta_n^*, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n),$$

hàm này được cho trong không gian biến trạng thái của

hệ thống (ở đây $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ — các góc quay tương hỗ này cũng chính là các biến trạng thái trong phương trình chuyển động nhiễu loạn).

Hàm $V(\delta_1^*, \delta_1)$ này được gọi là hàm Lyapunov. Khi phân tích tính bền vững động của các máy phát điện đồng bộ, hàm Lyapunov dạng năng lượng được sử dụng rộng rãi, hàm năng lượng Lyapunov gồm hai thành phần:

$$V(\delta^*, \delta) = K(\delta^*) + W(\delta),$$

$$\text{ở đây } \delta^* = (\delta_1^*, \delta_2^*, \dots, \delta_n^*); \delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n).$$

Hàm Lyapunov được sử dụng với mục đích cụ thể là phân tích tính bền vững động của hệ thống nguồn đa máy phát thì phải thỏa mãn các điều kiện và dấu hiệu toán - cơ dưới đây (dựa trên tính vật lý và toán học, có thể tự tin đặt ra các điều kiện này):

- trong phạm vi của các biến trạng thái

$$(\delta_1^*, \delta_2^*, \dots, \delta_n^*, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$$

hàm Lyapunov phải là hàm liên tục với tất cả các đạo hàm riêng.

- Góc quay của các rotor ở vị trí cân bằng bền vững phải được đặt là có giá trị 0 (tức các góc quay tương hỗ của các rotor các máy phát điện có các hiệu số với nhau là bằng 0 — hiển nhiên đúng), ký hiệu góc này là δ^* , vậy ở vị trí có trạng thái cân bằng bền vững thì $\delta^* = 0$. Vì vậy, đối với hệ thống có tính bền vững động thì sau khi tác động nhiễu loạn khẩn nguy kết thúc, hàm $V(\delta^*, \delta)$ phải quay về 0 tại gốc tọa độ, tức

$$V(0, \delta^*) = 0.$$

- Ngoài ra, hệ thống có tính bền vững động thì hàm $V(\delta^*, \delta)$ phải có dấu dương trong miền bền vững động nào đó, tức $V(\delta^*, \delta) > 0$, ngoại trừ vị trí trạng thái cân bằng bền vững.

- Dấu hiệu toán - cơ. Nếu thực hiện phép vi phân toàn

phần hàm $V(\delta^*, \delta)$ theo thời gian

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial V}{\partial \delta_k} \frac{d\delta_k}{dt} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial V}{\partial \delta_k^*} \frac{d\delta_k^*}{dt},$$

trong các phương trình chuyển động quay nhiễu loạn của các rotor có một hàm có dấu không đổi nhưng dấu của hàm đó lại ngược dấu với $V(\delta^*, \delta)$, $\frac{dV}{dt} < 0$ thì chuyển động quay

này là chuyển động không nhiễu loạn — bền vững.

- Khi phân tích tính bền vững động của các máy phát điện đồng bộ làm việc song, chúng tôi xác định giá trị tiêu chuẩn của hàm Lyapunov — V_{stand} :

- trong miền lân cận vị trí trạng thái cân bằng bền vững có các điểm yên ngựa (vị trí trạng thái cân bằng không bền vững) sẽ được mô tả và tính toán bằng hàm

$$W(\delta),$$

giá trị nhỏ nhất trong các giá trị tính toán cho hàm này sẽ được dùng làm giá trị tiêu chuẩn của hàm Lyapunov.

3.2. Phương trình chuyển động nhiễu loạn

Phương pháp hàm vector Lyapunov để phân tích tính bền vững làm việc song song của các máy phát điện đồng bộ được dựa trên cách phân rã hệ thống đa chiều thành các hệ thống con biệt lập. Để nghiên cứu tính bền vững của hệ thống ban đầu, cần thiết lập một hệ thống so sánh.

Các phương trình so sánh là một hệ thống bất đẳng thức tuyến tính trong một vài miền phù hợp nhất định.

Để hệ thống được nghiên cứu bền vững thì hệ phương trình vi phân tuyến tính của nó phải có các hệ số bằng các hệ số của hệ phương trình so sánh. Các phương trình mô tả chuyển động nhiễu loạn của rotor máy phát điện đồng bộ được hình thành dựa trên “góc tâm” tương đối hoặc góc quay tương đối của một trong các máy phát (chọn thời điểm xuất phát xem xét tính bền vững). Thông thường, máy phát có hằng số thời gian lớn nhất từ chính nó sẽ được chọn để thiết lập các phương trình mô tả chuyển động nhiễu loạn.

Sau các phép toán hiệu chỉnh thích hợp, các phương trình chuyển động nhiễu loạn sẽ có dạng (1):

$$T_k \frac{d^2 \delta_k}{dt^2} + D_k \frac{d\delta_k}{dt} = P_k - \sum_{l=1}^{n+1} b_{kl} E_k E_l \sin(\delta_k - \delta_l + \Delta \delta_{kl}^*), \quad k=1, n \quad (1)$$

Trong hệ phương trình (1), các hệ số

$$T_k, P_k, D_k, b_{kl}, E_k, E_l,$$

có thứ nguyên là đơn vị tương đối. Tại nút thứ $n+1$, máy phát điện thứ $n+1$ có

$$E_{n+1} = const; \delta_{n+1} = const$$

được chấp nhận kết nối.

Chúng tôi đặt ký hiệu:

$$\Delta \delta_{kl}^* = \delta_k^* - \delta_l^*$$

là hiệu số góc quay rotor của hai máy phát điện khác nhau (máy phát điện thứ k và l) đều ở vị trí trạng thái cân bằng bền vững. Điều này buộc về phải của hệ phương trình (1) sẽ bằng 0 ở giá trị $\delta_l = 0$ với $l=1, 2, \dots, n$. Hệ phương trình (1) là hệ được thiết lập có tính đến yếu tố giảm chấn của các máy phát điện, điều này có tác dụng mở rộng miền hút của vị trí trạng thái cân bằng bền vững hơn hẳn so với miền hút bền vững của hệ thống với máy phát cũ — không thiết kế giảm chấn.

3.3. Các hệ thống con biệt lập

Khi sử dụng phương pháp hàm vector Lyapunov, để giải hệ phương trình chuyển động nhiễu loạn (1) thì cần phải phân rã hệ thống ban đầu (tương ứng có (1)) thành các hệ thống

con biệt lập. Trong trường hợp này, các hệ thống con biệt lập riêng lẻ phải có vị trí trạng thái cân bằng bền vững như hệ thống ban đầu trước phân rã.

Việc phân rã hệ thống có phương trình (1) thành các hệ thống con biệt lập được thực hiện bằng cách sử dụng các “ratios” sau (2):

$$\begin{aligned} \sin(\delta_k - \delta_l + \Delta\delta_{kl}^*) &= \sin(\delta_k - \delta_l + \Delta\delta_{kl}^*) - \sin(\delta_k + \Delta\delta_{kl}^*) + \sin(\delta_k + \Delta\delta_{kl}^*) = \\ &= \sin(\delta_k + \Delta\delta_{kl}^*) + 2\sin\left(\frac{\delta_l}{2}\right)\sin\left(\frac{2\delta_k - \delta_l + 2\Delta\delta_{kl}^*}{2}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

Tiếp theo, sử dụng “ratios” (2), hệ thống phương trình (1) được trình bày dưới dạng (3):

$$T_k \frac{d^2\delta_k}{dt^2} + D_k \frac{d\delta_k}{dt} = G_k(\delta_k) - \sum_{l=1}^{n+1} H_{kl}(\delta_k, \delta_l), \quad k = \overline{1, n} \quad (3)$$

ở đây hàm là hàm $G_k(\delta_k)$ được sử dụng để thiết lập các hệ thống con biệt lập

$$G_k(\delta_k) = P_k - \sum_{l=1}^{n+1} b_{kl} E_k E_l \sin(\delta_k + \Delta\delta_{kl}^*),$$

còn các hàm có dạng $H_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ là các hàm kết nối của hệ thống con biệt lập

$$H_{kl}(\delta_k, \delta_l) = 2b_{kl} E_k E_l \sin\left(\frac{\delta_l}{2}\right) \sin\left(\frac{2\delta_k - \delta_l + 2\Delta\delta_{kl}^*}{2}\right).$$

Phương trình của hệ thống con biệt lập, có tính đến (3), có dạng sau:

$$T_k \frac{d^2\delta_k}{dt^2} + D_k \frac{d\delta_k}{dt} = G_k(\delta_k), \quad k = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Đối với hệ thống con biệt lập có mô tả toán học là phương trình (4) thì hàm Lyapunov của nó có thể xác định:

$$V_k(\omega_k, \delta_k) = \frac{1}{2} T_k \omega_k^2 + \mu_k \omega_k \delta_k + W_k(\delta_k), \quad (5)$$

$$\text{ở đây } W_k(\delta_k) = - \int_0^{\delta_k} G_k(x) dx; \quad \omega_k = \frac{d\delta_k}{dt}.$$

Hàm $W_k(\delta_k)$ và đạo hàm của nó tại góc quay $\delta_k = 0$ (góc quay ở vị trí trạng thái cân bằng bền vững) sẽ bằng 0:

$$W_k(0) = 0; \quad \left. \frac{dW_k}{d\delta_k} \right|_{\delta_k=0} = 0.$$

Khai triển $W_k(\delta_k)$ thành chuỗi Taylor tại góc quay của rotor $\delta_k = 0$ chứa các số hạng khác 0 của chuỗi, bắt đầu từ δ_k^2 , khi này hàm $W_k(\delta_k)$ có thể được trình bày dưới dạng

$$W_k(\delta_k) = (a_0 + a_1\delta_k + a_2\delta_k^2 + \dots)\delta_k^2.$$

Tiếp theo có thể viết hàm $W_k(\delta_k)$ như sau:

$$W_k(\delta_k) = w_k(\delta_k)\delta_k^2, \quad w_k(\delta_k) = a_0 + a_1\delta_k + a_2\delta_k^2 + \dots$$

Giải sử rằng:

* hàm $w_k(\delta_k)$ trong miền lân cận vị trí trạng thái cân bằng bền vững sẽ chấp nhận các giá trị cực tiểu và cực đại

$$\underline{w}_k = \min_{\delta_k} w_k(\delta_k); \quad \bar{w}_k = \max_{\delta_k} w_k(\delta_k),$$

$$\text{khi } \delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k];$$

** hàm $V_k(\omega_k, \delta_k)$, cũng trong miền lân cận này, chấp nhận các điều kiện sau:

$$V_k(\omega_k, \delta_k) = 0, \quad \text{khi } \omega_k = 0; \quad \delta_k = 0.$$

Hàm $V_k(\omega_k, \delta_k)$ trên khoảng $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k]$ sẽ có giá trị dương, nếu $\mu_k < \sqrt{2W_k T_k}$ được chấp nhận.

Tiếp theo, đạo hàm $\frac{dV_k(\omega_k, \delta_k)}{dt}$ ở phương trình cho hệ thống con biệt lập (4) và (5) sẽ bằng

$$\frac{dV_k(\omega_k, \delta_k)}{dt} = -(D_k - \mu_k)\omega_k^2 - \frac{\mu_k D_k \omega_k \delta_k}{T_k} + \frac{\mu_k}{T_k} G_k(\delta_k) \delta_k$$

Hàm $G_k(\delta_k)$ có thể ở dạng

$$G_k(\delta_k) = g_k(\delta_k)\delta_k = (b_0 + b_1\delta_k + b_2\delta_k^2 + \dots)\delta_k. \quad (6)$$

Giải sử rằng,

* trong khoảng $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k]$ hàm $g_k(\delta_k)$ được giới hạn

$$\underline{g}_k = \min_{\delta_k} |g_k(\delta_k)|, \quad \bar{w}_k = \max_{\delta_k} |g_k(\delta_k)|.$$

Khi này, đạo hàm $V_k(\omega_k, \delta_k)$ trong khoảng

$$\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k]$$

sẽ có giá trị âm, nếu điều kiện sau được thực hiện

$$\frac{\mu_k D_k \omega_k \delta_k}{T_k} < 2\sqrt{(D_k - \mu_k) \underline{g}_k}.$$

Đạo hàm $\frac{dV_k}{dt}$ ở phương trình chuyển động nhiễu loạn (3), được xác định bằng biểu thức (7)

$$\frac{dV_k(\omega_k, \delta_k)}{dt} = -(D_k - \mu_k)\omega_k^2 - \frac{\mu_k D_k \omega_k \delta_k}{T_k} - \left(\omega_k + \frac{\mu_k}{T_k} \delta_k\right) \sum_{l=1}^{n+1} H_{kl}(\delta_k, \delta_l) + \frac{\mu_k}{T_k} G_k(\delta_k) \delta_k. \quad (7)$$

Hàm kết nối có thể được xác định ở dạng

$$H_{kl}(\delta_k, \delta_l) = h_{kl}(\delta_k, \delta_l)\delta_k\delta_l. \quad (8)$$

Trong khoảng $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k]$ và $\delta_l \in [\underline{\delta}_l, \bar{\delta}_l]$, hàm kết nối $h_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ được giới hạn.

Chúng tôi ký hiệu các giới hạn

$$\underline{h}_{kl} = \min_{\delta_k, \delta_l} h_{kl}(\delta_k, \delta_l); \quad \bar{h}_{kl} = \max_{\delta_k, \delta_l} h_{kl}(\delta_k, \delta_l),$$

khi $\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k]$, $\delta_l \in [\underline{\delta}_l, \bar{\delta}_l]$.

3.4. Hệ thống so sánh

Để xem xét hệ thống bị tác động nhiễu loạn khẩn nguy đã có tính bền vững?, cần lập hệ thống so sánh có dạng

$$\frac{dV_k}{dt} \leq C_{k_1} V_1 + C_{k_2} V_2 + C_{k_3} V_3 + \dots + C_{k_n} V_n, \quad k = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Thay vào hệ thống so sánh (9) là hàm Lyapunov (5) mô tả toán học của hệ thống con biệt lập $V_k(\omega_k, \delta_k)$, $k = \overline{1, n}$ và kết quả đạo hàm (7) của phép đạo hàm phương trình chuyển động nhiễu loạn (3), chúng tôi thu được hệ bất đẳng thức (trong khuôn khổ bài báo này, chúng tôi không trình bày chi tiết hệ bất đẳng thức này do tính cồng kềnh của nó). Hệ bất đẳng thức này, tính đến (6) và (8), được rút gọn về dạng bậc hai

$$Q = q'Aq,$$

ở đây vector $q = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$;

A — các hệ số ma trận được xác định có tính đến các ước tính thu được cho $h_{kl}(\delta_k, \delta_l)$ và $g_k(\delta_k)$.

Hệ bất đẳng thức dạng bậc hai Q này có giá trị thực hiện được chỉ khi Q dương. Từ các hệ số của hệ thống bất đẳng thức (9), ma trận của một hệ phương trình tuyến tính thuần nhất được xác định

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= C_{11}x_1 + C_{12}x_2 + C_{13}x_3 + \dots + C_{1n}x_n, \\ \frac{dx_2}{dt} &= C_{21}x_1 + C_{22}x_2 + C_{23}x_3 + \dots + C_{2n}x_n, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= C_{n1}x_1 + C_{n2}x_2 + C_{n3}x_3 + \dots + C_{nn}x_n.\end{aligned}\quad (10)$$

Nếu hệ thống (10) là có tính bền vững động, thì miền

$$\delta_k \in [\underline{\delta}_k, \bar{\delta}_k], \quad k = \overline{1, n} \text{ khi } \omega_k = 0, \quad k = \overline{1, n}$$

sẽ là miền bền vững động của hệ thống được nghiên cứu với các phương trình chuyển động nhiễu loạn (3).

Để hệ phương trình tuyến tính thuần nhất (10) có tính bền vững được bảo đảm thì các hệ số C_{kk} trong (10) được lựa chọn giá trị từ các điều kiện sau:

$$C_{kk} < 0; \quad |C_{kk}| > \sum_{l=1, l \neq k}^n |C_{kl}|, \quad k = \overline{1, n}$$

Tiếp theo, hệ thống bất đẳng thức (9) được giải. Nếu giải (9) mà không tìm được lời giải cho một phép xấp xỉ miền bền vững động nhất định, thì một phép xấp xỉ mới của miền bền vững động sẽ được tính toán bằng biểu thức

$$[\underline{\delta}_k^{i+1}, \bar{\delta}_k^{i+1}] = \alpha [\underline{\delta}_k^i, \bar{\delta}_k^i], \quad k = \overline{1, n},$$

ở đây $\alpha < 1$.

Các lần lặp kết thúc khi tìm được nghiệm của hệ thống bất đẳng thức (9).

Tính bền vững động của hệ thống đối với tác động của nhiễu loạn cho trước có thể xác định bằng cách tính toán các giá trị tới hạn của hàm Lyapunov cho các hệ thống con biệt lập

$$V_{k(\text{critical})} = \min_{\delta_k} V_k(0, \delta_k), \quad \delta_k = \underline{\delta}_k,$$

$$\text{hoặc } \delta_k = \bar{\delta}_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Sau đó, nếu ngay sau khi nhiễu loạn mất đi, điều kiện

$$V_k(\omega_k^a, \delta_k^a) < V_{k(\text{stand})}, \quad k = \overline{1, n}$$

được thực hiện, thì hệ thống đối với nhiễu loạn cho trước sẽ bảo toàn được tính bền vững động

($\omega_k^a, \delta_k^a, k = \overline{1, n}$ — các giá trị biến trạng thái ngay sau quá trình khẩn nguy).

3.5. Thí dụ về ứng dụng hàm vector Lyapunov để phân tích tính bền vững động cho một hệ thống nguồn ba máy phát điện đồng bộ làm việc song song

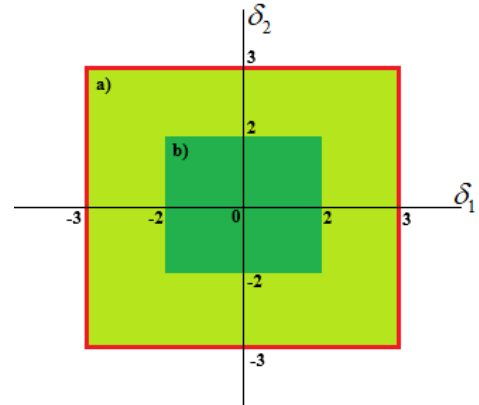
Hai phương trình chuyển động quay nhiễu loạn cho chuyển động quay tương đối của hai rotor so với rotor của máy phát điện đồng bộ thứ ba sẽ có dạng sau:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\delta_1}{dt^2} + 100 \frac{d\delta_1}{dt} &= -11,59 [\sin(\delta_1 + 0,000796) - \sin(0,000796)] \\ &\quad - 0,10016 [\sin(\delta_1 - \delta_2 + 0,0877) - \sin(0,0877)] \\ &\quad + 0,05417 [\sin(\delta_2 - 0,0342) - \sin(0,0342)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\delta_2}{dt^2} + 100 \frac{d\delta_2}{dt} &= -10,94 [\sin(\delta_2 - 0,0342) - \sin(-0,0342)] \\ &\quad - 0,10016 [\sin(\delta_2 - \delta_1 + 0,0537) - \sin(0,0537)] \\ &\quad + 0,05928 [\sin(\delta_1 + 0,0000963) - \sin(0,0000963)]\end{aligned}$$

ở đây δ_1, δ_2 — hai góc quay của rotor máy phát điện đồng bộ thứ nhất và thứ hai, được cho trước tại thời điểm kết thúc tác động của nhiễu loạn.

Miền bền vững động của hệ thống nguồn ba máy phát điện đồng bộ làm việc song song này với hai cách giải phương trình chuyển động nhiễu loạn của ba rotor (trong đó sự quay của rotor máy phát điện thứ ba được lấy làm gốc để lập phương trình chuyển động nhiễu loạn của rotor máy phát thứ nhất và thứ hai) được trình bày trên H. 1.



H.1. Các miền bền vững động của hệ thống nguồn ba máy phát điện đồng bộ làm việc song song

Trên H.1: a) $S_a = 36$ (đơn vị tương đối) — miền bền vững động, thu được bằng cách tích phân lặp đi lặp lại phương trình chuyển động nhiễu loạn (1) cho một hệ thống ba máy phát; b) $S_b = 16$ (đơn vị tương đối) — miền bền vững động, thu được bằng phương pháp hàm vector Lyapunov.

4. Thảo luận kết quả

Với một hệ thống nguồn đa máy phát điện đồng bộ làm việc song song thì tính bền vững động là vô cùng quan trọng. Việc hệ thống bị tác động nhiễu loạn nguy hiểm, có thể phá vỡ sự bền vững của các điểm (vị trí) làm việc trạng thái cân bằng của hệ thống. Sự mất tính bền vững hay không, có thể xem xét thông qua sự chuyển động quay của các rotor, tức giải các phương trình chuyển động quay nhiễu loạn của các rotor, các phương trình (1); (3) được thiết lập với thời điểm và các điều kiện ban đầu dựa trên thực tế của tác động nhiễu loạn lên hệ thống, về mặt vật lý và mô tả toán học của phương trình chuyển động nhiễu loạn của các rotor máy phát điện đồng bộ là hoàn toàn tin cậy.

Việc giải phương trình gốc (1) mô tả toán học cho chuyển động nhiễu loạn sẽ cho ra đáp án về tính bền vững động với kết quả là một miền có diện tích xác định thể hiện tính bền vững động của hệ thống nguồn. Để giải (1) có thể sử dụng hai phương pháp

* tích phân lặp đi lặp lại cho phương trình chuyển động nhiễu loạn đa biến của các rotor máy phát điện đồng bộ làm việc song song;

** sử dụng hàm vector Lyapunov để giải phương trình (1).

Cách giải (*) là phương pháp truyền thống cho ra kết quả là diện tích (các điểm trạng thái cân bằng của hệ thống được xét nằm trong miền này thì đều có tính bền vững động) của miền bền vững động lớn hơn diện tích thu được từ cách

giải (**) khi cùng xét cho một hệ thống nguồn ba máy phát điện đồng bộ làm việc song song.

Có thể tự tin nói rằng, miền bền vững động thu được nhờ cách giải (**) sẽ bảo đảm mọi vị trí trạng thái cân bằng của hệ thống nằm trong miền này thì chắc chắn tính bền vững động của hệ thống được bảo toàn, tức khi hệ thống nguồn bị nhiễu loạn nguy hiểm tác động thì hệ thống xuất hiện quá trình quá độ và quá trình này sẽ kết thúc nhanh mà không gây hại, hệ thống sẽ chuyển về chế độ xác lập tiếp theo,

Còn miền bền vững động thu được theo cách giải (*) cho cảm nhận rằng, hệ thống được xem xét có khả năng “khỏe hơn” hơn về bền vững động. Tuy nhiên, nếu nói về độ tin cậy bền vững động của vị trí trạng thái cân bằng của hệ thống thì chỉ có những vị trí nằm trong miền b) thì chắc chắn. Vô hình chung, kết quả của hai cách giải lại càng khẳng định độ tin cậy cao về kết quả miền b) của phương pháp sử dụng hàm vector Lyapunov.

Những vị trí nằm trong phần diện tích bền vững động $S_a) - S_b) = 16$ (đơn vị tương đối), thì có thể cho rằng, chúng có thể bảo đảm hoặc không chắc chắn tính bền vững động của hệ thống được bảo toàn khi hệ thống chịu tác động nhiễu loạn nguy hiểm. Những điểm càng gần biên miền a) thì độ tin cậy của tính bền vững động của vị trí trạng thái cân bằng của hệ thống càng giảm và ngược lại.

5. Kết luận

Bài báo đã đề xuất phương pháp thực hiện phân tích tính bền vững động của các máy phát điện đồng bộ làm việc song song bằng cách dùng hàm vector Lyapunov được là hàm Lyapunov được phát triển dựa trên phân rã hệ thống lớn thành các hệ thống con biệt lập; đã đề xuất một phương pháp phân rã hệ thống xuất phát (hệ thống ban đầu-gốc) thành các hệ con biệt lập; đã xem xét việc xây dựng và giải hệ bất đẳng thức để đánh giá miền bền vững động.

Tuy nhiên, cần lưu ý rằng để triển khai phần mềm hiệu quả phương pháp hàm vector Lyapunov, cần phải phát triển thêm về tiêu chí và hình thức hóa phương pháp phân chia hệ thống thành các hệ con biệt lập, cũng như phát triển các phương pháp hiệu quả hơn để giải hệ bất đẳng thức (hệ phương trình so sánh) nhằm đánh giá miền bền vững động.

Thêm nữa, miền bền vững động thu được bằng phương pháp hàm vector Lyapunov có diện tích nhỏ hơn

đáng kể so với miền thu được bằng cách tích phân lặp lại các phương trình chuyển động nhiễu loạn.

Xét đến tầm quan trọng của vấn đề phân tích miền bền vững động của các hệ thống quy mô lớn và tiềm năng của phương pháp hàm vector Lyapunov, việc nghiên cứu sâu hơn về triển khai thực tiễn phương pháp này là rất cần thiết.

6. Tài liệu tham khảo

- [1] Авраменко В. Н., Степанов А. В. Определение запаса динамической устойчивости энергосистем прямым методом Ляпунова // Техническая электродинамика. 1999. № 5. С. 55-58.
- [2] Груйч Л. Т., Мартынюк А. А., Риббенс-Павелла М. Устойчивость крупномасштабных систем при структурных и сингулярных возмущениях. Киев.: Наук. думка, 1984. 306 с.
- [3] Кузовкин В. А., Степанов А. В. Оценка запаса динамической устойчивости энергосистем прямым методом Ляпунова // Электричество. 2002. № 1. С. 2-8.
- [4] Матросов В. М. Метод векторных функций Ляпунова: анализ динамических свойств нелинейных систем. М.: Физматлит, 2001. 372 с.
- [5] Матросов В. М. Метод векторных функций Ляпунова в системах с обратной связью // Автоматика и телемеханика. 1972. № 9. С. 63-75.
- [6] Матросов В. М., Анапольский Л. Ю., Васильев С. Н. Метод сравнения в математической теории систем. Новосибирск: Наука, 1980. 479 с.
- [7] Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости / под ред. А. А. Воронова, В. М. Матросова. М.: Наука, 1987. 312 с.
- [8] Павелла М. От общей теории Ляпунова к практическому прямому методу анализа динамической устойчивости энергосистем // Электричество. 2000. № 6. С. 14-26.
- [9] Bellman P. Vector Lyapunov Function // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Control. 1962. Ser. A. № 1. P. 32-34.
- [10] Pai M. A., Vittal V. Multimachine Stability Analysis Using Vector Lyapunov Functions with Inertial Center Decomposition // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 1983. Vol. 3. P. 138-144.